

Conteúdos Programáticos de Matemática A – 12^o ano
2018/2019

CONTEÚDOS PROGRAMÁTICOS	CALENDARIZAÇÃO
<p>Cálculo Combinatório (CC12)</p> <p>Propriedades das operações sobre conjuntos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e elemento absorvente e da idempotência da união e da interseção e propriedades distributivas da união em relação à interseção e da interseção em relação à união; - Distributividade do produto cartesiano relativamente à união. <p>Introdução ao cálculo combinatório</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conjuntos equipotentes e cardinais; cardinal da união de conjuntos disjuntos; - Cardinal do produto cartesiano de conjuntos finitos; - Arranjos com repetição; - Número de subconjuntos de um conjunto de cardinal finito; - Permutações; fatorial de um número inteiro não negativo; - Arranjos sem repetição; - Número de subconjuntos de p elementos de um conjunto de cardinal n; combinações; - Resolução de problemas envolvendo cardinais de conjuntos, contagens, arranjos e combinações. <p>Triângulo de Pascal e Binómio de Newton</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fórmula do binómio de Newton; - Triângulo de Pascal: definição e construção; - Resolução de problemas envolvendo o triângulo de Pascal e o binómio de Newton. <p>Probabilidades (PRB12)</p> <p>Espaços de probabilidade</p> <ul style="list-style-type: none"> - Probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito; espaço de probabilidades; - Acontecimento impossível, certo, elementar e composto; acontecimentos incompatíveis, acontecimentos contrários, acontecimentos equiprováveis e regra de Laplace; - Propriedades das probabilidades: probabilidade do acontecimento contrário, probabilidade da diferença e da união de acontecimentos; monotonia da probabilidade; - Resolução de problemas envolvendo a determinação de probabilidades em situações de equiprobabilidade de acontecimentos elementares; - Resolução de problemas envolvendo espaços de probabilidade e o estudo de propriedades da função de probabilidade. <p>Probabilidade condicionada</p> <ul style="list-style-type: none"> - Probabilidade condicionada; - Acontecimentos independentes; 	<p>1.^o Período</p>

<p>- Teorema da probabilidade total; - Resolução de problemas envolvendo probabilidade condicionada, acontecimentos independentes e o Teorema da probabilidade total.</p> <p>Funções Reais de Variável Real (FRVR12)</p> <p>Limites e Continuidade</p> <p>- Teoremas de comparação para sucessões e teorema das sucessões enquadadas; - Teoremas de comparação envolvendo desigualdades entre funções e os respetivos limites; - Teorema das funções enquadadas; - Utilização dos teoremas de comparação e do teorema das funções enquadadas para determinar limites de funções reais de variável real; - Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy); - Teorema de Weierstrass; - Resolução de problemas envolvendo os teoremas de comparação para o cálculo de limites de sucessões e de funções e a continuidade de funções.</p> <p>Derivada de segunda ordem, extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexão</p> <p>- Derivada de segunda ordem de uma função; - Sinal da derivada de segunda ordem num ponto crítico e identificação de extremos locais; - Pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis; - Interpretação cinemática da derivada de segunda ordem de uma função posição: aceleração média e aceleração; unidades de medida de aceleração; - Estudo e traçados de gráficos de funções diferenciáveis; - Resolução de problemas envolvendo propriedades de funções diferenciáveis.</p> <p>Aplicação do cálculo diferencial à resolução de problemas</p> <p>- Resolução de problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis; - Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e velocidades instantâneas, acelerações médias e acelerações instantâneas e mudanças de unidades de aceleração; - Resolução de problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma $f(x) = g(x)$ utilizando uma calculadora gráfica.</p>	
<p>Trigonometria e Funções Trigonométricas (TRI12)</p> <p>Diferenciação de funções trigonométricas</p> <p>- Fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação; - Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ - Diferenciabilidade das funções seno, cosseno e tangente; - Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções trigonométricas.</p> <p>Aplicações aos osciladores harmónicos</p> <p>- Osciladores harmónicos: amplitude, pulsação, período, frequência e fase;</p>	<p>2.º Período</p>

- Estudo das funções definidas analiticamente por $asin(bx + c) + d$, $a \cos(bx + c) + d$, $a \operatorname{tg}(bx + c) + d$, ($a \neq 0$);
- Os osciladores harmónicos como soluções de equações diferenciais da forma $f'' = -w^2 f$; relação com a segunda lei de Newton e com a lei de Hooke;
- Resolução de problemas envolvendo osciladores harmónicos. |

Funções Exponenciais e Funções Logarítmicas (FEL12)

Juros compostos e Número de Neper

- Cálculo de juros compostos;
 - Resolução de problemas envolvendo juros compostos.
 - Sucessão de termo geral $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ e relação com juros compostos;
- capitalização contínua de juros e definição do número de Neper.

Funções exponenciais

- Propriedades da função definida nos números racionais pela expressão $f(x) = a^x$, ($a > 0$): monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas;
- Extensão ao caso real: definição das funções exponenciais de base a e respetivas propriedades;
- Função exponencial e^x e relação com o limite da sucessão de termo geral $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, $x \in \mathbb{R}$;
- Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ e derivada da função exponencial.

Funções logarítmicas

- Função logarítmica de base $a \neq 1$ enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base a ; logaritmo decimal e logaritmo neperiano;
- Monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos;
- Derivadas das funções logarítmicas e da função a^x , $a > 0$;
- Derivada da função x^α , α real, $x > 0$.

Limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas

- Limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$.
- Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis.

Modelos exponenciais

- A equação $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$, enquanto modelo para o comportamento da medida de grandezas cuja taxa de variação é aproximadamente proporcional à quantidade de grandeza presente num dado instante (evolução de uma população, da temperatura de um sistema ou do decaimento de uma substância radioativa);
- Soluções da equação $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$;
- Resolução de problemas de aplicação, envolvendo a equação $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$.

<p>Números Complexos (NC12)</p> <p>Introdução aos números complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> - A fórmula de Cardano e a origem histórica dos números complexos; - Motivação da definição dos números complexos e das operações de soma e produto de números complexos; - Propriedades das operações <p>$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$ e $(a, b) \times (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$ definidas em \mathbb{C}^2: associatividade, comutatividade, distributividade de \times relativamente a $+$ e respetivos elementos neutros; definição do corpo dos números complexos \mathbb{C}, enquanto \mathbb{C}^2 munido destas operações;</p> <ul style="list-style-type: none"> - \mathbb{C} enquanto subconjunto de \mathbb{C}^2; a unidade imaginária $i = (0, 1)$; - Representação dos números complexos na forma $z = a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$. Parte real e parte imaginária dos números complexos; o plano complexo e os eixos real e imaginário; ponto afixo de um número complexo. <p>Complexo conjugado e módulo dos números complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conjugado de um número complexo; propriedades algébricas e geométricas; expressão da parte real e da parte imaginária de um número complexo z em função de z e \bar{z}; - Módulo de um número complexo; propriedades algébricas e geométricas. <p>Quociente de números complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Inverso de um número complexo não nulo e quociente de números complexos. <p>Exponencial complexa e forma trigonométrica dos números complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Complexos de módulo 1; a exponencial complexa $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$, $\theta \in \mathbb{R}$, e respetivas propriedades algébricas e geométricas; argumento de um número complexo e representação trigonométrica dos números complexos; - Fórmulas de De Moivre. <p>Raízes n-ésimas de números complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Soluções das equações da forma $z^n = w$, $n \in \mathbb{N}$ e $w \in \mathbb{C}$; raízes em \mathbb{C} de polinómios do segundo grau de coeficientes reais. <p>Resolução de problemas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Resolução de problemas envolvendo propriedades algébricas e geométricas dos números complexos, a respetiva forma trigonométrica, raízes n-ésimas de números complexos e as fórmulas de De Moivre. <p>Primitivas e Cálculo Integral (PCI12)</p> <p>Primitivas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Primitiva de uma função num intervalo; família das primitivas de uma dada função num intervalo; - Primitivas de funções de referência: <p>$1, x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0, -1\}$), $\frac{1}{x}$, e^x, $\sin x$ e $\cos x$;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Linearidade da primitivação; - Primitivas de funções da forma $u'(x) f(u(x))$ <p>Cálculo Integral</p>	<p>3.º Período</p>
---	------------------------

- Definição intuitiva da noção de integral de funções contínuas não negativas ou não positivas num intervalo limitado e fechado; extensão a funções contínuas que alternam de sinal um número finito de vezes;
- Origem histórica do símbolo de integral;
- Teorema fundamental do cálculo integral e Fórmula de Barrow;
- Linearidade e monotonia do integral definido; aditividade do integral em relação ao domínio.

Resolução de problemas

- Resolução de problemas envolvendo o cálculo de medidas de área de regiões do plano;
- Resolução de problemas envolvendo a primitivação e a integração de funções contínuas;
- Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidade e aceleração e a primitivação e integração de funções.